

SOLUCIÓN DE PROBLEMAS ASOCIADOS A LAS ESTRUCTURAS ADITIVAS Y MULTIPLICATIVAS

Martha Lucía Acosta¹

1. Profesora Gimnasio Campestre - Licenciada en Matemáticas
Universidad Pedagógica Nacional

RESUMEN

El objeto de la ciencia, para Ernst Mach, es sustituir o ahorrar experiencia por medio de la reproducción o anticipación de hechos en el pensamiento¹. Este artículo, pretende mostrar las experiencias realizadas durante el primer ciclo de trabajo en El Programa Cenacamp Matemáticas de Cuarto Grado, que constituye ideas sobre posibles estrategias para apoyar a los estudiantes en la construcción significativa de conceptos matemáticos, a través de la formulación y solución de problemas asociados a las estructuras aditivas y multiplicativas.

SUMMARY

According to Ernst Mach, the goal of science is to save experiences through the reproduction and anticipation of facts in the mind. This article, pretends to show experiences developed during the first cycle of Cenacamp Math 4th program, which constitute ideas about possible strategies in supporting students in the meaningful construction of Math concepts, through solving and generating problems about aditive structure and mutiplicative structure.

INTRODUCCIÓN:

Desde el año 1931, cuando George Polya anunció en Zurich, ante la sociedad Suiza de Profesores de Matemáticas, un método de enseñanza para la solución de problemas, bajo el título de "Cómo buscar la solución de un problema de Matemáticas", generar métodos para apoyar a los estudiantes en estos procesos ha sido una tarea asumida por gran número de educadores de matemáticas.

Establecer un método para la resolución de problemas en Matemáticas está asociado a la concepción del problema que se tenga. Si el problema se concibe como un ejercicio que puede resolverse mediante la aplicación de procedimientos pre-establecidos, basta con dar un ejemplo y proponer al estudiante varios ejercicios del mismo tipo para mecanizar la solución. Para otros autores, la concepción de problema va más allá del ejercicio mecánico; debe corresponder a una situación nueva para el estudiante, en la que requiera, como afirma Pozo y Postigo, 1993, "utilizar de modo estratégico técnicas ya conocidas", debe fortalecer la toma de decisiones sobre el proceso de solución y posibilitar la justificación de la estrategia seleccionada y aplicada. El método sugerido por Polya y adaptado y revisado por otros autores como NICKERSON, PERKINS y SMITH, 1985, puede ser transferido a otras tareas independientemente de su contenido².

Para este estudio, se concibe el problema como una situación que pretende la construcción y la aplicación de un concepto matemático asociado a la estructura aditiva y multiplicativa. Se pretende entonces que los estudiantes, por

una parte relacionen conceptos básicos de las estructuras con contextos que tengan significado para ellos, y por otra parte, que avancen en la generación, planeación y control de estrategias de solución.

MATERIALES Y MÉTODOS:

Si bien la solución de problemas ha sido uno de los ejes fundamentales en el plan de estudios del Departamento de Matemáticas del Gimnasio Campestre, y se han hecho esfuerzos por generar métodos que apoyen a los estudiantes en este proceso, aún continúa siendo una de las debilidades que se observan en su desempeño y el aspecto más frecuente en la remisión de estudiantes a Cenacamp Matemáticas.

Durante el primer trimestre de trabajo en Cenacamp Cuarto Grado, se generó y aplicó el siguiente plan para abordar esta problemática.

-Solución de un problema: En esta fase del proceso se propuso a los estudiantes la solución de un problema, sin ninguna intervención del maestro. Durante esta actividad se registraron las actitudes, inquietudes y dificultades de los estudiantes para una reflexión posterior. Este trabajo de los estudiantes constituyó la primera muestra de esta investigación y un elemento de contraste para la evaluación continua del proceso.

-¿Cómo resuelves un problema?: En esta fase, cada estudiante compartió con los demás no sólo la estrategia para resolver el problema propuesto en particular, sino también la

forma como aborda la solución de cualquier problema matemático.

-Construyamos un método: A partir de las dificultades identificadas en el paso anterior, y mediante el aporte de los estudiantes y el maestro, se construyó un método para resolver problemas.

-Busquemos contextos: En esta fase del proceso se brindó a los estudiantes un grupo de frases, que organizadas, respondían a dos problemas en diferentes contextos. Esta actividad pretende hacer énfasis en la interpretación de la situación más que en la solución misma. Se puede complementar esta fase del proceso con algunas de las actividades propuestas en el Material de Apoyo al trabajo de los docentes de la Alcaldía mayor de Bogotá, identificar datos faltantes, identificar datos sobrantes o superfluos y proponer posibles preguntas a un conjunto de datos dados³.

-Inventemos problemas: Aplicando la estrategia de réplica creada e implementada por Luz Stella Uricoechea para procesos de lecto escritura, se dió a los estudiantes un problema resuelto utilizando el método construido y se les pidió además que inventaran un problema que correspondiera a la estructura propuesta y lo resolvieran usando el método.

-Apliquemos el modelo: Se pidió a los estudiantes la solución del mismo problema de la fase inicial, aplicando el modelo construido. Se contrastó esta solución con la realizada en la etapa inicial. Se propusieron diferentes problemas haciendo énfasis en la retroalimentación de cada actividad desarrollada.

-Evaluemos el proceso: En esta fase se solicitó a los estudiantes que compararan su desempeño en solución de problemas, al iniciar y al finalizar el proceso.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN:

A continuación se describirán las observaciones registradas en cada fase del proceso, las cuales constituyeron los elementos evaluadores y orientadores de la propuesta.

-Solución de un problema: En esta fase se observó en los estudiantes una actitud apática, de poco interés y motivación para abordar realmente la solución del problema. Se limitaron a realizar unas cuantas operaciones que los condujeron a respuestas que en ningún momento fueron contrastadas con el problema. En general los estudiantes se orientaron más hacia la realización de operaciones que hacia el diseño de estrategias y secuenciación de pasos.

-¿Cómo resuelves un problema?: En general, mediante la frase, "yo no entiendo", expresaron su incapacidad para resolver problemas, evidenciando dificultades para interpretar y manejar la información que describe el problema. Establecen relaciones inadecuadas entre los datos o no establecen ninguna relación entre ellos, omiten otros dentro de la solución, pierden el objetivo del problema obteniendo res-

puestas que no corresponden a la pregunta del problema. No planean la solución, sino que afanosamente buscan operaciones para resolver y, finalmente no realizan la correspondiente evaluación del proceso; quienes la realizan sólo hacen "pruebas" de las operaciones.

-Construyamos un método: A partir de las ideas aportadas por los estudiantes en la reflexión anterior, se fueron identificando los posibles pasos para llegar a la solución de un problema matemático. Si bien no se generó un método muy distante de los ya propuestos por autores anteriores, lo significativo de esta etapa fue la posibilidad que tuvieron los estudiantes de plantear sus propuestas atendiendo a la identificación de sus propias dificultades.

A continuación se presenta la síntesis de estas ideas.

GIMNASIO CAMPESTRE

CENACAMP MATEMÁTICAS. CUARTO GRADO

TEN EN CUENTA ESTOS PASOS
PARA RESOLVER PROBLEMAS

comprensión

1. COMPRENDE EL ENUNCIADO.

Lee el problema con atención.

Trata de entender todas las palabras.

Identifica los datos del problema.

Identifica el objetivo del problema.

Encuentra la relación entre los datos y el objetivo.

Expresa el problema con tus propias palabras.

2. INTERPRETA EL PROBLEMA

Realiza un gráfico o esquema de la situación.

Si los datos del problema no son cantidades grandes, expresa la situación utilizando objetos.

Si las cantidades que aparecen son grandes, imagina el mismo problema con cantidades más pequeñas y realiza el paso anterior.

Si el problema está planteado en forma general, puedes dar valores concretos a los datos y trabajar con ellos.

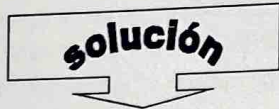
planeación

3. BUSCA ESTRATEGIAS DE SOLUCIÓN

Relaciona el problema con otros problemas que hayas resuelto previamente.

Identifica los conceptos o procedimientos matemáticos que puedes aplicar.

Establece la secuencia de procedimientos que te conducen a la solución del problema.



4. SELECCIONA Y APLICA UNA ESTRATEGIA

Selecciona una de las estrategias.

Aplica la estrategia seleccionada realizando cuidadosamente los procedimientos necesarios.



5. EVALÚA LA SOLUCIÓN

Verifica si entiendes la solución.

Identifica si la solución tiene sentido dentro del contexto del problema. De no ser así, aplica otra estrategia.

Revisa el procedimiento seguido y piensa si es posible encontrar una solución más sencilla.

Piensa si puedes aplicar este método a otras situaciones.

Formula y resuelve otros problemas para los que sea posible aplicar esta estrategia.

-Busquemos contextos: En esta actividad se observó facilidad para identificar los contextos, pero dificultad para secuenciar las frases de tal manera que dieran organización a la información presentada. Se hizo énfasis en la matematización de una situación real de acuerdo con la propuesta del MEN en los Lineamientos Curriculares.

-Inventemos problemas: Los estudiantes presentaron dificultad para realizar este trabajo, pues se dedicaron a la aplicación del método y dejaron de lado la solicitud relacionada con la estructura. A medida que usaron el formato les fue más fácil obtener éxito en esta etapa del proceso.

-Apliquemos el modelo: Adquirieron habilidad para aplicar el método y lo más importante para controlar su pensamiento en el momento de la planeación de la estrategia de solución. Análogamente se avanzó en el manejo de la evaluación no sólo para comprobar operaciones, sino para revisar todo el proceso de solución.

Se muestra a continuación uno de los trabajos realizados por un estudiante, quien mostró dificultades en la solución de problemas al iniciar el trabajo en Cenacamp.

Se le pidió al estudiante inventar y resolver un problema para cuya solución aplicara la estructura aditiva y multiplicativa.

Este es el problema propuesto por el estudiante y su solución.

“Compré 8 cachuchas a \$68 cada una y 7 cartucheras a \$97. ¿Cuánto gasté en esa compra?”

Si bien el problema que formuló no responde a un contexto real y relacionado con sus intereses, hay claridad en la asociación de las estructuras aditivas y multiplicativas, con la situación propuesta. Obsérvese también la calidad de la secuenciación de los pasos en la etapa de planeación y su avance en procesos de generalización, pues no recurre siempre al uso de las cantidades concretas o precios concretos de los objetos, sino que se refiere a expresiones generales como: “por el valor de cada una...”, “...el total de la compra sumando los valores anteriores...”

-Evaluemos el proceso: Uno de los mayores avances en el proceso de solución de problemas por parte de los estudiantes, es en relación con las etapas de planeación y evaluación, por cuanto facilitan procesos metacognitivos de pensamiento, es decir, el control sobre las estrategias utilizadas, permitiendo la generalización y transferencia de modelos a otros contextos y situaciones⁵.

INVENTA Y RESUELVE UN PROBLEMA PARA CUYA SOLUCIÓN SE APLIQUE LA MISMA ESTRATEGIA ANTERIOR

comprensión

planeación

solución

evaluación

DATOS: 8 cachuchas 68 \$ cada una
7 cartucheras a \$97 cada una.

OBJETIVO: Conocer el valor de la compra

1. Encuentro el valor de los 8 cachuchas multiplicando la cantidad de cachuchas que compré por el valor de cada una.
2. Encuentro el valor de las 7 cartucheras multiplicando la cantidad de cartucheras que compré por el valor de cada una.
3. Encuentro el total de la compra sumando dos valores anteriores.

PROCEDIMIENTOS:

1) 68	2) 97	3) 679
$\times 8$	$\times 7$	$+ 544$
544	679	1223

RESPUESTA: Gasté 1223

*La respuesta es coherente con los datos.
Las operaciones están correctas así que es una solución correcta*

principales especies son roble, frailejón, siete cueros, canelón, tobo, tinto, pino hayuelo, musgos, líquenes, quinces, orquídeas y helechos. La fauna del área es muy variada e incluye especies como faras murciélagos frugívoros, ardillas, venado soche, blanco, reinoso y de páramo. Entre la avifauna se destacan pavas guacharacas, dormilones y azulejos².

Teniendo este marco de referencia el grupo de Estudio e investigación "GAIA" conformado por profesores de las áreas de Matemáticas, Ciencias Sociales, Química, Física, Astronomía y Biología del Gimnasio Campestre se dio a la tarea de reconocer el Santuario de Iguaque y realizar un estudio preliminar en el que se tuvieron en cuenta: Observación astronómica, clima, diversidad vegetal, características químicas, físicas y biológicas del agua de la laguna de San Pedro y su análisis fitoplanctónico, así como también la generación de ecuaciones matemáticas con la pretensión de explicar los ecosistemas de bosque húmedo y páramo.

MATERIALES Y MÉTODOS

La metodología general del trabajo se apoyó en las guías propuestas por el Centro de Biología Molecular para la Expedición Colombia: Destino Boyacá, las cuales fueron ajustadas a las diferentes circunstancias y variables presentadas durante la salida.

Observación astronómica. Se realizó observación astronómica utilizando un telescopio refractor para aficionado Konustart 900, refractor No 1739. f 80 mm. F900. F/15. Equatorial Mount. La observación se inició a las 8:00 p.m. y finalizó aproximadamente a las 11:00 p.m.

Factores climáticos. Desde la llegada al resguardo en Iguaque se registraron datos de algunos de los factores climáticos, como son: Temperatura ambiental, presión atmosférica, humedad relativa y dirección y velocidad del viento. Estos factores climáticos se registraron utilizando un equipo de meteorología Davis Instruments, USA.

Biodiversidad vegetal. Durante el ascenso a la laguna de Iguaque se colectaron hojas del suelo y otras muestras biológicas, como también se discutió la taxonomía vegetal y relaciones evolutivas. Al mismo tiempo se registraron fotográficamente algunas de las especies que conforman la biodiversidad del bosque húmedo y el páramo. En la tercera estación se analizaron las bondades que ofrece el estudio de las poblaciones realizando transeptos (espacio de tamaño determinado, 5 X 5 m).

Análisis Físico-químico y biológico del agua de la laguna. En la laguna de Iguaque, previa división del trabajo en grupos de dos profesores, se realizó el análisis de pH (potencial de H), concentración de Fe (hierro), NO²⁻ (nitritos), Cl⁻ (ión, cloruro) y Cl₂ (cloro molecular), la dureza y el color del agua. El análisis se realizó utilizando los kits Aquamerck, Aquaquant y Microquant (Merck, USA).

De otra parte, una alicuota de agua de la laguna se cultivó en cajas de Petri en medio Luria Broth (LB, 10g/L de NaCl, 10 g/L de triptona, 5 g/L de extracto de levadura, al 13% en agar). Luego, las colonias bacterianas obtenidas se tiñeron con Giemsa y se hicieron micropreparados para su análisis microscópico.

Análisis fitoplanctónico del agua de la laguna. Se colectaron muestras de agua de la laguna a la cual se añadió solución de lugol para su posterior análisis microscópico y determinación de las poblaciones del fitoplancton. En el laboratorio se realizó el montaje de micropreparados y se observaron en objetivo 10X. Basados en las observaciones se realizaron gráficas de las especies de algas identificadas.

Teorización matemática del ecosistema. Reunidas las características más sobresalientes del ecosistema páramo, se intentó construir hipótesis que pudieran explicarlo matemáticamente.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El objetivo general de este trabajo fue el de generar recursos pedagógicos para el trabajo interdisciplinar convirtiendo las salidas de campo en verdaderos laboratorios de conocimiento transdisciplinar. En esta primera aproximación se logró integrar las áreas de astronomía, biogeografía, matemáticas, taxonomía vegetal, ecología de poblaciones vegetales, limnología, bacteriología y Físico-química de aguas, presentando una aproximación general de los ecosistemas de Bosque húmedo y páramo.

La región de estudio, El Santuario de Fauna y Flora de Iguaque (Mapa 1) está ubicado 5° 35' latitud norte - 73° 25' de longitud oeste en el Departamento de Boyacá. El parque cuenta con una importante oferta natural y cultural. Las actividades más importantes a realizar son estudios de flora y fauna y caminatas ecológicas recreativas a través de un sendero debidamente señalizado y que en un tiempo estimado de tres horas conduce a la Laguna de Iguaque (tiene esa fascinación mágica que perdura desde tiempos de los Muisca y que les permitía encontrar claves para entender y descifrar la existencia y sus misterios). En total son 8 lagunas que guardan los secretos de los Muisca. Conquistar la Laguna de Iguaque, implica tener ganas de vivir, de conocer y de respetar lo sagrado².

Observación astronómica. Con un tiempo excelentemente favorable para la observación de las estrellas y astros, y una noche de luna llena esplendorosa realizamos el estudio de la constelación de Orión observando las estrellas Betelgeuse, Bellatrix, Riegel y las Tres Marías (cinturón de Orión). De la constelación Can Mayor observamos la estrella Sirius y de la constelación Géminis a Cástor y Pólux. Entre los planetas visibles estuvo Júpiter, Saturno y Venus y por supuesto observamos una luna llena en todo su esplendor. Contamos con una noche despejada aproximadamente

hasta las 11 p.m., hora a la cual las nubes cerraron el panorama.

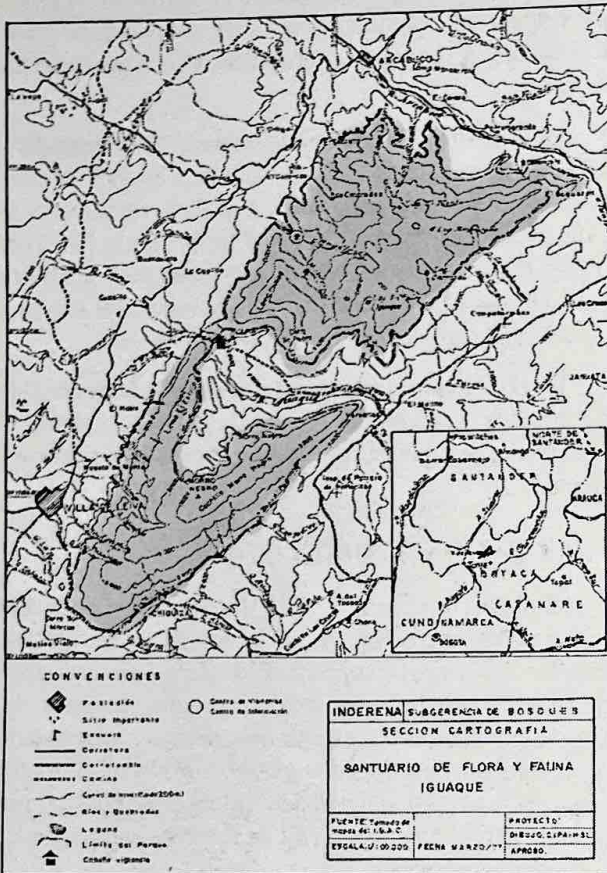


Figura No 1. Mapa de la región boyacense donde se encuentra ubicado el Santuario de Fauna y Flora Iguaque.

Factores climáticos. En la Tabla 1 se resume el registro de las variables meteorológicas obtenidas durante la salida. Como se observa en la noche previa a la subida a la laguna, se registraron temperaturas desde 4 a -3°C (viernes 9) contrastando con la temperatura registrada el sábado en la mañana de -9°C . Estas temperaturas fueron registradas en el albergue el cual está ubicado a 3.000 m.s.n.m. en medio del cañón del Mamarramas y del gran ecosistema del bosque andino.

Durante la caminata a la laguna el registro de datos meteorológicos (Tabla 1, líneas 4 al 9) mostró una gran variabilidad en la temperatura medioambiental, a las 8:00 a.m. aproximadamente, la temperatura marcó los 12°C , a la media hora había descendido hasta 6°C . Sin embargo, una hora más tarde sube hasta los 15°C y luego, en la sexta estación se logra una temperatura de 21°C ; temperatura que se mantiene al llegar a la laguna. Las condiciones ambientales fueron benévolas con nosotros y facilitaron la toma de datos y discusiones durante el recorrido. El tiempo que empleamos fue de aproximadamente 3,5 horas. La humedad relativa en general fue baja con un promedio de 34%. El cambio de presión y por supuesto de altitud se siente durante el esfuerzo realizado en la caminata, por eso se hizo necesario tomar descansos de aproximada-

mente 10 m. en cada estación. Se comienza con una presión de 540 mmHg (en Bogotá es de 560 mm/Hg) y se llega a la laguna a una presión de 490 mm/Hg. Como se sabe la presión es inversamente proporcional a la altura sobre el nivel del mar. Y esto está íntimamente relacionado con la disponibilidad de oxígeno, la cual es menor a medida que se asciende.

DIA Y HORA	TEMPERATURA (°C)	PRESIÓN ATMOSFÉRICA (mmHg)	HUMEDAD RELATIVA (%)	VELOCIDAD DEL VIENTO (mph)*	DIRECCIÓN DEL VIENTO
09-029:14 p.m.	4	538	48	-	-
09-02 10:00 p.m.	-3	537.5	39	-	-
10-025:02 a.m.	-9	533.5	41	17	Noreste
1ra Estación	12	531.7	36	-	-
3ra Estación	6	522.6	31	-	-
5ta Estación	15	512.7	34	-	-
6ta Estación	21	502.3	25	9-23	Noreste, Sureste
Laguna	20	496.6	26	27	Noreste
Laguna	19	496.9	24	3-8	Noreste

Tabla No 1. Variables meteorológicas registradas durante la salida a Iguaque. Los tres primeros grupos de datos se registraron en el resguardo. Los otros seis grupos de datos se registraron durante la subida a la laguna.

* Milímetros de mercurio. *1 millas por hora. °C grados centígrados.

Biodiversidad vegetal. En el bosque andino se desarrolla un tapete de epifitas y otras plantas briofitas. En algunos sectores, las características de los suelos determinan la presencia de bosques homogéneos, como los alisales y robledales, que ocupan substratos pedregosos y superficiales. En algunos sectores del bosque dominan los encenillos y en bosques en etapa temprana, los sietecueros.

En un bosque los árboles leñosos disminuyen conforme la altitud, siendo los más pobres aquellos próximos a la línea límite de la vegetación arbórea y los más ricos los bajos y cercanos a la base de la montaña. Es el imperio de las epifitas, ningún otro bosque se encuentra tan recargado de estas plantas cuya familia más numerosa son las orquídeas, predominando también musgos, líquenes y quiches que llegan a cubrir los troncos completamente³.

No hay homogeneidad de criterios para definir y delimitar el páramo; el término se refiere principalmente a la vegetación de alta montaña andina. Como es obvio, en tan amplio espacio ocurre una gran diversidad físico-biológica, tanto horizontal como vertical. Los estudios han demostrado que, en efecto, los páramos presentan un mosaico edáfico muy variado, geformas diversas y situaciones climáticas distintas que generan una gama riquísima de nichos, hábitat y entornos ecológicos⁴.

Cuatrecasas⁵, divide el cinturón paramuno en subpáramo o páramo bajo con vegetación arbustiva en la que

predominan elementos florísticos de la familia Compositae: sus límites altitudinales varían de 3.000 a 3.500 metros; el páramo propiamente dicho con pastizales y frailejones se extiende entre los 3.500 y los 4.500 metros; y el superpáramo, ubicado a alturas mayores a los 4.500 metros se caracteriza por la distribución de la vegetación.

Iguaque representa el páramo propiamente dicho, ya que se encuentra a 3.500 m.s.n.m aproximadamente. La Figura 2

presenta un fragmento de la biodiversidad observada en el Parque, se determinaron taxonómicamente plantas de las familias Clusiaceae, Ericaceae, Melastomataceae, Araliaceae, Compositae, Begoniaceae y Podocarpaceae. Sin embargo, esta muestra representa aproximadamente el 10% de la biodiversidad genética que se presenta entre el bosque húmedo y el páramo. Existe en el bosque una gran variabilidad representada en las diversas especies de orquídeas únicas en el planeta.

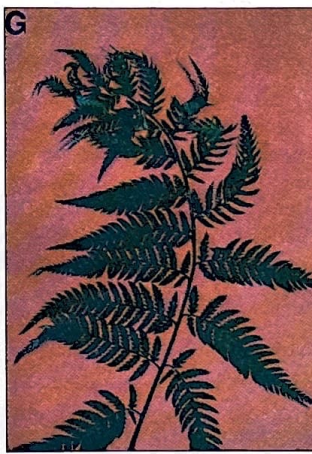
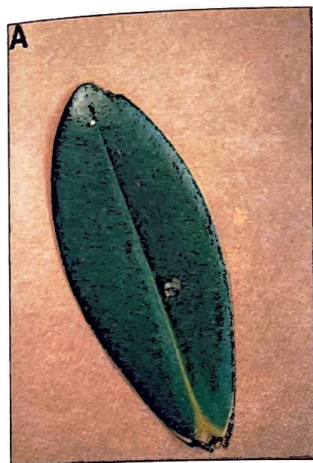




Figura No 2. Muestra parcial de la biodiversidad vegetal del bosque húmedo y el páramo. A: *Clusia* sp, Clusiaceae, Gaque; B: *Macleania rupestris*, Ericaceae, Uva camaroña; C: *Cavendishia cordifolia*, Ericaceae, Uva de anis; D: *Miconia* sp, Melastomataceae; E: *Oreopanax floribundum*, Araliaceae, Mano de oso; F: *Espeletia grandiflora*, Compositae, Frailejón; G: Helecho H: sin clasificar I: sin clasificar J: *Espeletia* sp, Compositae, Frailejón; K: *Decussocarpus rospigliosii*, Podocarpaceae, Pino romeron, pino colombiano; L: sin clasificar M: *Licopodium*; N: *Licopodium*; O: sin clasificar P: *Begonia ferruginea*, Begoniaceae, Begonia; Q: Musgo; R: sin clasificar S: sin clasificar T: sin clasificar.

Análisis físico-químico y biológico del agua de la laguna. En Boyacá hay problemas graves de agua que parecen estar relacionados con síntomas inequívocos de desertificación, con evidencias contundentes de destrucción de los páramos y con el deterioro severo de las cuencas hidrográficas de alta montaña que se caracteriza por su sistema de economía campesina, con sus secuelas de pobreza absoluta y marginamiento social. La desaparición de las fuentes de agua o la severa disminución de las mismas, así como la pérdida de calidad del precioso líquido son fenómenos progresivos del territorio boyacence⁴.

Gran parte de la región paramuna en el departamento, especialmente en la zona del subpáramo ha sido alterada para establecer cultivos de papa y potreros para ganadería. La vegetación esencial para la conservación del agua, se tala y se quema periódicamente⁴.

Iguaque representa, todavía, la muestra en Boyacá del ecosistema paramuno, del sitio de reserva forestal que oxigena y produce agua en un buen caudal. Muchos reclaman que

toda la franja por encima de los 3.200 metros en Boyacá, debe convertirse en reserva estricta y enérgicamente protegida por las aguas que allí nacen. Es por eso que estudios físico-químico y biológicos de las aguas deben ser realizados, ya que es la única forma de detectar el estado actual del agua y su potabilidad, sus características generales y su efectivo mantenimiento natural.

En este estudio se determinaron el pH, la dureza, el color y la concentración de Fe, NO₂, Cl⁻, y Cl₂. La Tabla 2 presenta los resultados obtenidos. Una comparación entre los datos experimentales obtenidos y los parámetros definidos por el decreto 475 de 1998 para la calidad de agua potable nos presenta:

- i) Un valor bajo de pH o ácido que indica la no potabilidad del agua. Su consumo generaría posiblemente irritación del tracto digestivo.
- ii) Una coloración por encima del valor permitido (menor de 15 grados Hazen), la cual se estableció en 40 grados hazen, esto está relacionado con contaminantes orgánicos.

- iii) Concentraciones de cloro, cloruros y nitritos en niveles de permisibilidad que son 0,1, 250 y 0,1 ppm. respectivamente.
- iv) Una dureza de 2,25° que es muy blanda.

Variable	pH	Fe	NO ₂	Cl ⁻	Cl ₂	color	dureza
Valor obtenido	5	0,1 ppm*	0,0 -0,05 ppm	5,5 ppm	0,0 ppm	40° Hazen	2,25°

Tabla No 2. Variables determinadas en el análisis físico-químico de la laguna de San Pedro de Iguaque.

*partes por millón

Los resultados obtenidos pertenecen a un muestreo del litoral de la laguna, en la cual, se observó una gran cantidad de algas verdes que pueden estar relacionadas con el pH ácido y la coloración; por lo demás, el lago a su alrededor no muestra posibles agentes contaminantes. Es probable pensar que si se hiciera el mismo análisis en diferentes lugares y profundidades de la laguna se identificarían diferencias con los datos obtenidos en esta experiencia, ya que la laguna no presenta un gran movimiento de oleaje.

En la laguna de Iguaque y las correntías que allí se originan, se encontraron algunos tipos de colibacilos Gram positivos, esporoformadores Gram positivos y estreptococos Gram positivos. Todas estas bacterias posiblemente hagan parte de la microfauna normal de la zona (resultado no presentado). Es posible que la ingestión de agua de la laguna pueda desencadenar un cuadro diarreico por la presencia de este grupo de bacterias. Por esto, es recomendable hacer un análisis más exhaustivo identificando y cuantificando estos tipos bacterianos. El mejor criterio para juzgar la calidad del agua es, por supuesto, la clase y número de bacterias que contiene.

Análisis fitoplanctónico. Para entender la dinámica de los ecosistemas acuáticos es necesario un conocimiento básico de los organismos productores que allí viven, los cuales hacen parte de la enorme diversidad y complejidad de los sistemas de algas dulces. Las algas de las aguas libres de los lagos y grandes ríos, constituyen el fitoplancton en el cual coexisten poblaciones de distintas especies. La laguna de Iguaque por encontrarse en un ecosistema de alta montaña se caracteriza por presentar bajas concentraciones de iones y nutrientes y poca productividad por la escasez de fósforo. Es un sistema oligotrófico, o de baja productividad, con una diversidad fitoplanctónica limitada. La Figura 3 presenta las algas identificadas en este estudio. Las especies más representativas fueron *Navicula sp* y *Fragillaria sp*. En general las especies identificadas son indicadores de buena calidad de agua.

Modelo matemático del ecosistema. Los modelos matemáticos han sido introducidos en la mayoría de estudios biológicos, ya que ayudan a establecer parámetros para poder generalizar el comportamiento de los ecosistemas o hábitats, o simplemente procesos evolutivos.

El ecosistema de páramo es un bioma exclusivo de las montañas neotropicales y están localizados en latitud 8° sur

hasta 11° norte, desde el norte del Perú hasta la Sierra Nevada de Santa Marta.

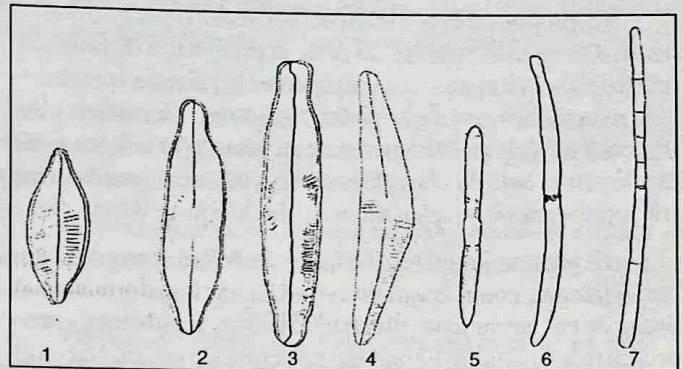


Figura No 3. Dibujo esquemático de algas identificadas microscópicamente (objetivo 10X), provenientes de muestras de agua litoral de la laguna de Iguaque. 1. *Navicula sp1*; 2. *Navicula sp2*; 3. *Pinnularia sp*; 4. *Cymbella sp*; 5. *Fragillaria sp*; 6. *Closterium sp1* y 7. *Closterium sp2*.

Para una formulación matemática que pueda explicar el ecosistema paramuno se tuvieron en cuenta los siguientes factores:

- Factores ambientales: temperatura, luminosidad, presión atmosférica, duración del día, incidencia de la luz ultravioleta, pluviosidad, humedad relativa y vientos.
- Factores geográficos: ubicación, altura sobre el nivel del mar y formación geológica.
- Factores biológicos: bacterias del suelo, insectos, artrópodos, anfibios, mamíferos y plantas exclusivas.

Teniendo claros estos factores podemos predecir matemáticamente el ecosistema páramo por:

$$eP = \Sigma 3.000 \text{ a } 4.500 \text{ msnm } fA + fG + fB$$

Donde:

eP es el ecosistema páramo

fA son los factores ambientales dados por
 temperatura en rango de 2-10°C
 pluviosidad entre 600-3.000 mm
 humedad relativa máxima en época de lluvia y mínima en estaciones secas.
 Luminosidad variable (depende de medición)
 Vientos variables (depende de medición)
 Presión atmosférica desde 450 a 520 mm/Hg

fG están determinados por la ubicación astronómica y la formación geológica y

fB están determinados por la biodiversidad vegetal y animal.

Acudir al recurso matemático para explicar un evento biológico es darle desde el punto axiomático un poder generalizador al hecho, introduciendo un punto de vista que a priori, puede contener un poder explicativo más objetivo,

mas amplio, y derribable solamente con un aparato matemático más sólido y contundente.

La propuesta explicativa del ecosistema páramo que se desarrolló en este estudio, no tiene la pretensión de producir una teoría sobre el mismo, sino apenas, la primera aproximación matemática con algún poder explicativo. Resultaría válida como modelo pedagógico para desarrollarla con los estudiantes en el aula de clase. Los errores en que se pueda incurrir representan los pasos de cualquier teoría en desarrollo.

El páramo como territorio, como lugar, como espacio, como hábitat, como continuidad, se ha ido transformando al punto de encontrar tanto diversidad biótica y ambiental como productiva y cultural. El páramo ha permitido desarrollar en el ámbito humano muchas formas de producir, de recrear la vida, de sustentar pensamiento mítico, de percibir la variabilidad ambiental, de elaborar sentidas manifestaciones estéticas y poéticas, al punto de cargarse de tantas representaciones y sentidos que no es posible trazar límites entre lo físico-biótico y lo sociocultural¹. En este sentido para nosotros el páramo representa un espacio esencial de aprendizaje, un laboratorio pedagógico que se adentra y deviene en todas las áreas del conocimiento. Espacio ocupable y explotable desde nuestra cotidianidad y desde nuestra imperfecta formación que posibilita el estudio integrador de todos los fenómenos que allí se nos presentan.

El páramo ha permitido contruir y plasmar proyectos socioambientales de singular importancia, recorridos por la experiencia global de sus hombres. No es sólo una rica realidad objetiva; es hábitat en tanto que espacio vivenciado,

atravesado por la vida; es lugar de sensaciones y percepciones donde crecen la alegría, la soledad y la nostalgia bajo la influencia decisiva de las nieblas, el frío, el viento, las luces y las sombras. Tal vez como otros lugares, pero tal vez como él mismo, el páramo ha permitido fundamentar la vida social como espacio del hombre.

Nuestro interés: El conocimiento, y nuestra meta: el trabajo en equipo, generador o motor de cualquier desarrollo o aporte de alguna significancia para la escuela.

AGRADECIMIENTOS

El grupo de Estudio e Investigación GAIA agradece a Francisco Javier Escobar por su colaboración en el trabajo fotográfico general y a las directivas del Gimnasio Campes- tre por apoyar la salida al Santuario de Fauna y Flora de Iguaque.

BIBLIOGRAFÍA

El Páramo, Ecosistema de alta montaña. 1999. Documento teórico Jardín Botánico José Celestino Mutis.

(minambiente.gov.co)

Selva andina o Bosque de niebla. 2000. Documento de trabajo, investigación y discusiones encuentro Gimnasio Femenino. Bogotá, Octubre.

Abdón Córtes Lombana. 1999. Generalidades sobre el Páramo. Documento Jardín Botánico José Celestino Mutis.

Cuatrecasas, J. 1958. Aspecto de la vegetación natural de Colombia. Rev. Acad. Col. Colc. Ex. Física Naturales 10(40): 221-264.